

附录

# 生产网络中的增值税改革减税效应估计

聂海峰

## 一、抵扣矩阵构造说明

在149个部门投入产出表中14个部门处理为免税部门,免税部门的产出税率为0,但不能抵扣其他部门的增值税或者营业税。这14个部门的名称和相应的代码为农产品(1)、林产品(2)、畜产品(3)、渔产品(4)、农、林、牧、渔服务产品(5)、水利管理(135)、生态保护和环境治理(136)、公共设施及土地管理(137)、教育(140)、卫生(141)、社会工作(142)、新闻和出版(143)、社会保障(148)、公共管理和社会组织(149)。

在其他135个部门中,在2012年之前38个部门征收营业税,这些部门的代码范围为101~104和107~149,其中扣除9个免税的部门。原征收营业税部门在营改增之前不能抵扣任何进项税额,在营改增之后既可以抵扣原增值税部门的进项税额,也可以抵扣营改增部门的进项税额。

在2012年之前,征收增值税的部门主要是采掘业、制造业、电力热力和水的供应业、以及批发零售业对应的97个部门,部门代码的范围为6~100,105~106。在营改增之前,征收增值税的部门不能抵扣原营业税部门的进项税额,在营改增之后,既可以抵扣原增值税部门的进项税额,也可以抵扣营改增部门的增值税进项税额。

征收增值税部门的税率为法定税率,征收营业税部门的营业税税率根据公式 $t=a/(1-a)$ 将价内税税率转化为价外税税率,其中 $a$ 为营业税法定税率。

## 二、命题1税率边际变化经济效应的证明

本部分给出正文中命题1的推导和证明过程。这里使用向量和矩阵导数的记号进行推导,向量导数就是向量的每个分量进行导数运算,矩阵导数是对矩阵每个分量进行导数运算。

根据GDP的公式:

$$\ln(Gdp) = \gamma'(I - A)^{-1} \ln(Z) + \ln\left(\frac{L}{\sum_{k=1}^n \alpha_k \lambda_k}\right) + \gamma'(I - A)^{-1} (A \circ \tilde{\Xi}) \mathbf{1} - \gamma' \ln(\mathbf{i} + \tau) \quad (14)$$

首先分析税率变化对中间投入和最终消费的影响。由于 $\varepsilon_{ij} = (1 + r)[1 + (1 - \theta_i d_{ij})\tau_j] - (1 - \theta_i) d_{ij} \tau_j$ ,  $\tilde{\Xi} = [\ln(\frac{1}{\varepsilon_{ij}})]_{n \times n}$ ,  $\frac{\partial \tilde{\Xi}}{\partial \tau_k} = -[\frac{(1 + r)(1 - d_{ij}) + r(1 - \theta_i) d_{ij}}{\varepsilon_{ij}}]_{n \times n} \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k'$ 。其中 $\mathbf{e}_k$ 表示第 $k$ 元素为1其他元素为0的向量。

对于  $-\gamma' \ln(\mathbf{i} + \tau) + \gamma'(I - A)^{-1}(A \circ \tilde{\Xi})\mathbf{i}$ , 求导数得到

$$\begin{aligned} & -\gamma' \frac{\partial \ln(\mathbf{i} + \tau)}{\partial \tau_k} + \gamma'(I - A)^{-1}(A \circ \frac{\partial \tilde{\Xi}}{\partial \tau_k})\mathbf{i} \\ & = -\gamma' e_k \frac{1}{1 + \tau_k} - \gamma'(I - A)^{-1}(A \circ [\frac{(1+r)(1-d_{ij}) + r(1-\theta_i)d_{ij}}{\varepsilon_{ij}}]_{n \times n})e_k \\ & = -\frac{\gamma_k}{1 + \tau_k} - \sum_{i=1}^n \psi_i \frac{\sigma_{ik}[(1+r)(1-d_{ik}) + r(1-\theta_i)d_{ik}]}{\varepsilon_{ik}} < 0 \end{aligned}$$

接着是税率对劳动份额的影响。对于可逆矩阵  $S$ ,  $\frac{\partial S^{-1}}{\partial \tau_k} = -S^{-1} \frac{\partial S}{\partial \tau_k} S^{-1}$ 。用向量符号表示劳动份额有:

$$\Gamma_L = \gamma' S_1 (I - (A \circ \Xi))^{-1} \alpha = \gamma' [S_1^{-1} - (A \circ \Xi S_1^{-1})]^{-1} \alpha = \gamma' \{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_1^{-1}) \}^{-1} \alpha$$

由于  $\Xi \circ S_1^{-1} = [\frac{1 + \tau_j}{\varepsilon_{ij}}]_{n \times n}$ , 从而  $\frac{\partial (\Xi \circ S_1^{-1})}{\partial \tau_k} = [\frac{d_{ij}(1 + r\theta_i)}{(\varepsilon_{ij})^2}]_{n \times n} e_k e_k'$ 。代入  $\frac{\partial \Gamma_L}{\partial \tau_k}$  有

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma_L}{\partial \tau_k} & = -\gamma' \{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_1^{-1}) \}^{-1} \frac{\partial \{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_1^{-1}) \}}{\partial \tau_k} \\ & \quad \{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_1^{-1}) \}^{-1} \alpha \\ & = -\gamma' \{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_1^{-1}) \}^{-1} \left\{ e_k e_k' - A \circ \left[ \frac{d_{ij}(1 + r\theta_i)}{(\varepsilon_{ij})^2} \right]_{n \times n} e_k e_k' \right\} \\ & \quad \{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_1^{-1}) \}^{-1} \alpha \end{aligned}$$

进一步化简后,可以得到  $\frac{\partial \Gamma_L}{\partial \tau_k} = -\delta_k^s \delta_k^p$ ,  $\delta_k^p$  是向量  $\delta^p$  的第  $k$  个元素  $\delta_k^p = \delta^{p'} e_k > 0$ ,  $\delta_k^s$  是向量  $\delta^s$  的

第  $k$  个元素  $\delta_k^s = e_k' \delta^s > 0$ 。其中  $\delta^{p'} = \gamma' \{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_1^{-1}) \}^{-1} \left\{ I - A \circ \left[ \frac{d_{ij}(1 + r\theta_i)}{(\varepsilon_{ij})^2} \right]_{n \times n} \right\}$ ,

$$\delta^s = \{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_1^{-1}) \}^{-1} \alpha。$$

$\delta^p$  是最终使用需求角度衡量各部门瓶颈程度的部门最后需求瓶颈指数向量,  $\delta^s$  是从供给角度衡量各部门瓶颈程度部门供给瓶颈指数向量。这两个指数衡量征收税收时在生产最终需求的产业链上税收在各部门累积扭曲的程度。

### 三、当前税制下各部门税率变化对总产出边际影响分析

这里分析不同部门的增值税税率边际调整对 GDP 的影响。将 2019 年 12 月的增值税税率和抵扣关系设定为  $(t^0, \theta^0, D^0)$ , 考察增值税税率边际调整的影响。边际税率提高增加 GDP 的部门有 16 个部门, 边际税率提高减少 GDP 的部门有 124 个部门, 边际税率提高对 GDP 影响可以忽略的部门有 9 个。附表 1 列出了边际税率增加对 GDP 影响最高和最低的 10 个部门。

附表 1

边际税率调整的经济效应

单位: %

	最高 10 部门		最低 10 部门	
1	公共管理和社会组织	0.731	农产品	-0.912
2	教育	0.645	医药制品	-0.415
3	房地产	0.133	畜牧产品	-0.359
4	居民服务	0.069	饲料加工品	-0.263
5	资本市场服务	0.033	肥料	-0.224
6	保险	0.028	屠宰及肉类加工品	-0.217
7	社会保障	0.018	其他食品	-0.194
8	社会工作	0.016	汽车整车	-0.18
9	公共设施及土地管理	0.016	纺织服装服饰	-0.171
10	娱乐	0.013	零售	-0.135

从附表 1 中可以看到,公共管理和社会组织、教育、社会保障、社会工作、公共设施及土地管理都是免税部门,如果这些部门的税率增加可以消除部门的税率差异,进而可以提高 GDP。除了居民服务之外,对房地产、保险、资本市场服务提高税率,可以促进 GDP 的增加。税率提高可以增加 GDP 的经济效应最大的前 10 个部门都属于第三产业。这些部门税率提高的劳动份额渠道效应大于中间投入和最终消费渠道的效应,使得 GDP 增加。

经济中大部分部门的边际税率提高都会降低 GDP。附表 1 列出了边际税率提高降低 GDP 效应最大的 10 个部门。对农产品、医药制品提高税率对 GDP 下降的边际效应最大。提高税率降低 GDP 效应最大 10 个部门中,除了农产品、畜牧产品、零售部门之外,其他都属于制造业部门。这些部门边际税率提高时,对中间投入和最终消费渠道的效应超过了劳动份额渠道的效应,使得 GDP 减少。

#### 四、部门 $p$ 生产中来自投入部门 $q$ 的进项抵扣系数 $d_{pq}$ 变化的影响

在正文中分析了增值税税率边际变化对 GDP 和行业税负的影响。进项抵扣系数也是影响经济运行的重要税制因素。这里补充分析了部门进项系数抵扣系数边际变化对 GDP 和行业税负的影响。抵扣系数变化通过劳动份额渠道和中间投入渠道影响 GDP 的变化,边际上提高抵扣系数可以提高劳动份额导致 GDP 减少,但是也减少中间投入税收楔子增加中间投入需求导致 GDP 增加,对 GDP 的影响取决于这两个效应的相对大小。

命题 2 部门  $p$  生产中投入部门  $q$  的进项抵扣系数  $d_{pq}$  变化对实际 GDP 的边际影响如下:

$$\frac{\partial \ln(Gdp)}{\partial d_{pq}} = -\frac{1}{\Gamma_L} \frac{\partial \Gamma_L}{\partial d_{pq}} + \psi_i \frac{\sigma_{pq} \tau_q (1 + r\theta_p)}{\varepsilon_{pq}}$$

部门  $p$  生产中投入部门  $q$  的进项抵扣系数  $d_{pq}$  变化时对劳动份额  $\Gamma_L$  的边际影响如下:

$$\frac{\partial \Gamma_L}{\partial d_{pq}} = \frac{\sigma_{pq} \tau_q (1 + \tau_q) (1 + r\theta_p)}{(\varepsilon_{pq})^2} \delta_q^S \lambda_p > 0$$

其中,  $\delta_q^S = e_q' \left\{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \right\}^{-1} \alpha$ ,  $\lambda_p = \gamma' \left\{ \text{Diag}[\mathbf{i} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \right\}^{-1} e_p$

$\lambda' = \gamma' \left( \text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \right)^{-1}$  是各部门多马系数向量。 $\lambda'$ 和最后需求瓶颈指数向量 $\delta^n$ 相关联,  $\delta^{D'} = \lambda' (I - A \circ [\frac{d_{ij}(1+r\theta_i)}{(\varepsilon_{ij})^2}]_{n \times n})$ 。 $e_p$ 表示第 $p$ 个分量为1其他分量为0的向量,  $e_q$ 表示第 $q$ 个分量为1其他分量为0的向量。

接下来分析部门抵扣系数 $d_{pq}$ 变化对经济中行业税收负担的影响。当部门抵扣系数 $d_{pq}$ 变化时,部门 $i$ 实际负担率的变化情况为 $\frac{\partial o_i}{\partial d_{pq}} = -\delta_{ip} \frac{\sigma_{pq} \tau_q (1 + \tau_q) (1 + r)}{(\varepsilon_{pq})^2}$ , 这里 $\delta_{ip}$ 是克罗内克符号, 表示

当 $i = p$ 时 $\delta_{ip} = 1$ , 当 $i \neq p$ 时 $\delta_{ip} = 0$ 。当 $i \neq p$ 时,  $\frac{\partial \tau_i}{\partial d_{pq}} = 0$ ; 当 $i = p$ 时 $\frac{\partial o_i}{\partial d_{pq}} = -\frac{\sigma_{pq} \tau_q (1 + \tau_q) (1 + r)}{(\varepsilon_{pq})^2}$ 。

因而, 进项抵扣系数 $d_{pq}$ 增加时, 只有行业 $p$ 的税收实际负担率下降, 其他行业的税收实际负担率不发生变化。

命题2的证明:

由于 $\varepsilon_{ij} = (1 + r) \left[ 1 + (1 - \theta_i d_{ij}) \tau_j \right] - (1 - \theta_i) d_{ij} \tau_j$ ,  $\tilde{\Xi} = \left[ \ln \left( \frac{1}{\varepsilon_{ij}} \right) \right]_{n \times n}$ ,  $\frac{\partial \tilde{\Xi}}{\partial d_{pq}} = e_p e_q' \frac{\tau_q (1 + r \theta_p)}{\varepsilon_{pq}}$ 。对

数GDP中中间投入和最终消费部分对 $d_{pq}$ 求偏导数有

$$\gamma' (I - A)^{-1} \left( A \circ \frac{\partial \tilde{\Xi}}{\partial d_{pq}} \right) \dot{\mathbf{i}} = \gamma' (I - A)^{-1} \left[ A \circ e_p e_q' \frac{\tau_q (1 + r \theta_p)}{\varepsilon_{pq}} \right] \dot{\mathbf{i}} = \psi_p \frac{\sigma_{pq} \tau_q (1 + r \theta_p)}{\varepsilon_{pq}} > 0$$

由于 $A \circ \Xi S_I^{-1} = [\frac{\sigma_{ij} (1 + \tau_j)}{\varepsilon_{ij}}]_{n \times n}$ , 因而 $\frac{\partial \{ \text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \}}{\partial d_{pq}} = -e_p e_q' \frac{\sigma_{pq} \tau_q (1 + r \theta_p) (1 + \tau_q)}{(\varepsilon_{pq})^2}$ 。

由于 $\Gamma_L = \gamma' \{ \text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \}^{-1} \alpha$ , 对 $d_{pq}$ 求导可以得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma_L}{\partial d_{pq}} &= -\gamma' \{ \text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \}^{-1} \frac{\partial \{ \text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \}}{\partial d_{pq}} \\ &= \gamma' \{ \text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \}^{-1} \alpha \\ &= \gamma' \{ \text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \}^{-1} e_p e_q' \frac{\sigma_{pq} \tau_q (1 + \tau_q) (1 + r \theta_p)}{(\varepsilon_{pq})^2} \\ &= \frac{\sigma_{pq} \tau_q (1 + \tau_q) (1 + r \theta_p)}{(\varepsilon_{pq})^2} \delta_q^s \lambda_p > 0 \end{aligned}$$

其中,  $\delta_q^s = e_q' [\text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1})]^{-1} \alpha$ ,  $\lambda_p = \gamma' \{ \text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1}) \}^{-1} e_p$ ,

其中,  $\lambda' = \gamma' [\text{Diag}[\dot{\mathbf{i}} + \tau] - A \circ (\Xi S_I^{-1})]^{-1}$  是各部门多马系数向量。 $\delta^{D'} = \lambda' (I - A \circ [\frac{d_{ij}(1+r\theta_i)}{(\varepsilon_{ij})^2}]_{n \times n})$

对于行业税收负担的影响。向量表示的行业税收实际负担 $o = (I - (A \circ \Xi \circ D)) \tau$ , 由于

$A \circ \Xi \circ D = [\frac{\sigma_{ij}d_{ij}}{\varepsilon_{ij}}]_{n \times n}$ , 因此,  $\frac{\partial(A \circ \Xi \circ D)}{\partial d_{pq}} = e_p e_q' \frac{\sigma_{pq}(1 + \tau_q)(1 + r)}{(\varepsilon_{pq})^2}$ 。对  $d_{pq}$  求导可以得到

$$\frac{\partial o}{\partial d_{pq}} = -\frac{\partial(A \circ \Xi \circ D)}{\partial d_{pq}} \tau = -e_p e_q' \frac{\sigma_{pq}(1 + \tau_q)(1 + r)}{(\varepsilon_{pq})^2} \tau = -e_p \frac{\sigma_{pq}(1 + \tau_q)(1 + r)\tau_q}{(\varepsilon_{pq})^2}$$

当  $i \neq p$  时,  $\frac{\partial o_i}{\partial d_{pq}} = 0$ ; 当  $i = p$  时  $\frac{\partial o_p}{\partial d_{pq}} = -\frac{\sigma_{pq}\tau_q(1 + \tau_q)(1 + r)}{(\varepsilon_{pq})^2}$ 。因而, 部门  $p$  对部门  $q$  投入的进项

抵扣系数  $d_{pq}$  增加时, 只有行业  $p$  的税收实际负担率下降, 其他行业的税收实际负担率不发生变化。

## 五、两个具体例子

根据正文中 GDP 的公式(14), 这里通过两个例子来展示进项税收抵扣结构对稳态经济 GDP 的影响, 第一个例子是增值税抵扣链条畅通, 所有行业的投入都可以完全抵扣, 并且增值税留抵全部退税。第二个例子是没有行业的进项可以抵扣, 对应着经济中全部行业征收营业税的情形。

### 1. 完全抵扣的增值税

对任意的  $i, j$ ,  $d_{ij} = 1$ ,  $\theta_i = 1$ , 因而部门  $i$  从部门  $j$  进项的税收楔子  $\varepsilon_{ij} = 1 + r$ 。这时税率不影响中间投入选择, 税率通过劳动份额渠道和最终消费渠道影响实际 GDP。在各行业多马系数决定方程中, 各部门进项税收楔子矩阵  $\Xi = [\frac{1}{\varepsilon_{ij}}]_{n \times n}$  中的元素  $\frac{1}{\varepsilon_{ij}} = \frac{1}{1 + r}$ 。这时的  $\Gamma_L = \sum_{j=1}^n \alpha_j \lambda_j = \gamma'$   
 $S_1(I - \beta A)^{-1} \alpha$ , 假设  $(I - \beta A)^{-1} \alpha = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)'$ , 则有  $\Gamma_L = \sum_{j=1}^n \frac{\gamma_j \omega_j}{1 + \tau_j}$ 。经济中的实际 GDP 对数可以简化为:

$$\ln(Gdp) = \gamma'(I - A)^{-1} \ln(Z) - \gamma'(I - A)^{-1} A i \ln(1 + r) + \ln\left(\frac{L}{\sum_{k=1}^n \alpha_k \lambda_k}\right) - \gamma' \ln(1 + \tau)$$

在全部行业的进项税收都可以完全抵扣时, 若行业的税率存在多个档次, 由于行业税率的差异, 税率仍然扭曲生产和销售, 影响实际 GDP。如果所有部门的增值税税率统一, 对任意的  $i, j$ ,  $\tau_j = \tau_i$ , 可以得到实际 GDP 满足:

$$\ln(Gdp) = \gamma'(I - A)^{-1} \ln(Z) - \gamma'(I - A)^{-1} A i \ln(1 + r) + \ln\left(\frac{L}{\gamma'(I - \beta A)^{-1} \alpha}\right)$$

可以完全抵扣的单一税率的增值税, 在劳动份额渠道和最终消费渠道的扭曲相互抵消, 对实体经济 GDP 没有任何扭曲和影响。

### 2. 完全的营业税

经济中各部门全部征收营业税时, 任何部门的任何投入的进项税额都不可以抵扣, 对任意的  $i, j$ ,  $d_{ij} = 0$ , 稳态时的税制楔子  $\varepsilon_{ij} = (1 + r)(1 + \tau_j)$ 。为了对比明显, 进一步假设各部门的税率相等  $\tau_j = \tau_i = \tau$ 。

对数进项税收楔子矩阵  $\tilde{\Xi}$  中  $\ln\left(\frac{1}{\varepsilon_{ij}}\right) = -\ln(1+r) - \ln(1+\tau)$ , 各部门进项税收楔子矩阵  $\Xi = \left[\frac{1}{\varepsilon_{ij}}\right]_{n \times n}$  中  $\frac{1}{\varepsilon_{ij}} = \frac{1}{(1+r)(1+\tau)}$ 。这时的劳动份额  $\Gamma_L = \lambda' \alpha = \frac{1}{1+\tau} \gamma'(I - \frac{\beta}{1+\tau} A)^{-1} \alpha$ 。在征收营业税时, 由于进项的税收完全不能抵扣, 税收通过税收楔子影响中间投入的需求, 在生产网络中转嫁。经济中的实际 GDP 满足:

$$\ln(Gdp) = \gamma'(I - A)^{-1} \ln(Z) - \gamma'(I - A)^{-1} A \ln(1+r) + \ln \left[ \frac{L}{\gamma' \left( I - \frac{\beta}{1+\tau} A \right)^{-1} \alpha} \right] - \gamma'(I - A)^{-1} A \ln(1+\tau)$$

在完全征收营业税时, 即使所有行业的税率都相同, 由于营业税对中间投入征税扭曲了生产销售结构, 实际 GDP 也不等于单一税率完全抵扣增值税的产出水平。