

附录

财政扩张的安全资产效应

——基于内生不确定性的异质性个体宏观理论分析

张哲玮 许志伟

一、附录 A

附录 A 详细刻画各部门最优决策的求解过程和动力系统。其中附录 A.1 刻画和求解高工资企业部门决策问题,附录 A.2 求解家庭部门消费储蓄决策,附录 A.3 给出基准模型的动力系统。附录 A.4 给出不同财政支出结构下的定量结果。

(一)附录 A.1

附录 A.1 求解高工资部门企业的生产决策。当企业利润可以支付当期运营成本 ν_t 时,企业选择生产,否则停产。其最优化问题可由下式表示:

$$\begin{aligned} \max_{\{N_{it}^H, K_{it}\}} & \{Y_{it}^H - w_t^H N_{it}^H - r_{Kt} K_{it} - \nu_t, 0\} \\ \text{s.t.} & Y_{it}^H = \varepsilon_{it} z_t (K_{it})^{\alpha_1} (N_{it}^H)^{\alpha_2} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

这里将企业利润定义为 $\Pi_{it} = Y_{it}^H - w_t^H N_{it}^H - r_{Kt} K_{it} - \nu_t$ 。
劳动力和资本的一阶条件分别为

$$\alpha_1 Y_{it}^H = r_{Kt} K_{it}, \quad (\text{A.2})$$

$$\alpha_2 Y_{it}^H = w_t^H N_{it}^H \quad (\text{A.3})$$

将劳动力和资本需求决策方程带入生产函数,进一步得到企业利润的表达式:

$$\Pi_{it} = \zeta (z_t \rho_t)^{\frac{1}{\zeta}} (\varepsilon_{it})^{\frac{1}{\zeta}} - \nu_t \quad (\text{A.4})$$

其中 $\zeta = 1 - \alpha_1 - \alpha_2$ 。当 $\Pi_{it} > 0$ 时,企业当期选择生产,此时可以定义一个技术冲击的临界值:

$$\varepsilon_t^* = \left(\frac{\nu_t}{\zeta} \right)^{\zeta} \frac{1}{z_t \rho_t} \quad (\text{A.5})$$

该技术冲击临界值与资本密集型部门的企业个体状态无关,与该部门要素投入的边际成本相关。

其中 $\frac{1}{\rho_t}$ 衡量要素投入的成本, $\rho_t = \left(\frac{\alpha_1}{r_{Kt}} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{\alpha_2}{w_t^H} \right)^{\alpha_2}$ 。当要素价格上升时,该临界值增加,意味着更多的

企业选择停产。

(二)附录 A.2

附录 A.2 详细刻画家庭部门的消费储蓄决策。

每一期在 H 部门和在 L 部门工作的家庭,其消费储蓄决策均遵循触发策略。首先以 H 部门家庭为例,讨论消费与储蓄的最优决策。当收入冲击 θ_{it} 大于临界值时,家庭收入能够满足其消费需求。此时家庭会用额外的可支配收入购买国债, $B_{it} > 0$, 且国债的流动约束条件没有发挥作用,即 $\mu_{it} = 0$ 。根据国债决策的欧拉方程可以得到:

$$\lambda_{it} = \beta(1 + r_{Bt}) E_t \left[\hat{E}_{t+1} \lambda_{it+1} \theta_{it+1} \right] \quad (A.6)$$

根据消费的一阶条件进一步得到:

$$C_{it} = \frac{1}{\beta(1 + r_{Bt}) E_t \left[\hat{E}_{t+1} \lambda_{it+1} \theta_{it+1} \right]} \quad (A.7)$$

将上式代入 H 部门家庭的预算约束可以得到:

$$B_{it} = \theta_{it} X_{it}^H - \frac{1}{\beta(1 + r_{Bt}) E_t \left[\hat{E}_{t+1} \lambda_{it+1} \theta_{it+1} \right]} \quad (A.8)$$

由于本文假设 $B_{it} \geq 0$, 因此收入冲击满足如下条件:

$$\theta_{it} \geq \frac{1}{\beta(1 + r_{Bt}) X_{it}^H E_t \left[\hat{E}_{t+1} \lambda_{it+1} \theta_{it+1} \right]} \equiv \theta_{it}^* \quad (A.9)$$

上式提供了关于 H 部门收入冲击临界值的定义,当期可支配财富越高,临界值越低,收入冲击临界值越低说明家庭越不容易受到流动性约束,更多的人可以持有安全资产平滑消费。此外,国债利率越高,家庭当期则更愿意持有国债,且更不容易受到流动性约束。当收入冲击高于临界值时,消费满足:

$$C_{it} = \theta_{it}^* X_{it}^H \quad (A.10)$$

当收入冲击 θ_{it} 小于临界值 θ_{it}^* 时,家庭可支配财富水平较低且尚不能满足本期消费需求,那么家庭此时不会选择购买安全资产以平滑下一期消费。如果经济中不存在流动性约束这一摩擦,那么家庭可以通过借款为本期消费融资。由于家庭无法卖空国债,因此可支配收入较小的家庭在当期选择消费全部收入。由预算约束可以得到:

$$C_{it} = \theta_{it} X_{it}^H \quad (A.11)$$

同理,为 L 部门提供劳动力的家庭同样采取触发策略,本文将 L 部门的临界值记为 θ_{itL}^* ,其中 $\theta_{itL}^* = \frac{1}{\beta(1 + r_{Bt}) X_{it}^L E_t \left[\hat{E}_{t+1} \lambda_{it+1} \theta_{it+1} \right]}$ 。

接下来证明收入冲击临界值在各部门内部独立于个体状态,即 $\theta_{itL}^* = \theta_{itL}^*$, $\theta_{itH}^* = \theta_{itH}^*$ 。根据家庭最优决策可以得到:

$$\frac{\lambda_{it}\theta_{it}}{\Lambda_t} = \frac{E_t\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} \beta(1+r_{Bt}) \max\{\theta_{iH}^*, \theta_{it}\} \quad (A.12)$$

和

$$\frac{\lambda_{it}\theta_{it}}{\Lambda_t} = \frac{E_t\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} \beta(1+r_{Bt}) \max\{\theta_{iL}^*, \theta_{it}\} \quad (A.13)$$

将两式求期望并相加得到

$$1 = \frac{E_t\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} \beta(1+r_{Bt}) [(1-q_t)\Phi_1(\theta_{iH}^*, \sigma_t) + q_t\Phi_1(\theta_{iL}^*, \sigma_t)] \quad (A.14)$$

由上式易知, $[(1-q_t)\Phi_1(\theta_{iH}^*, \sigma_t) + q_t\Phi_1(\theta_{iL}^*, \sigma_t)]$ 独立于个体 i , 那么临界值 θ_{iH}^* 和 θ_{iL}^* 一定在部门内部独立于状态 i 。进一步, 本文将两部门收入冲击的临界值分别记为 θ_{iH}^* 和 θ_{iL}^* 。由临界值的定义可知, 两部门家庭的可支配财富水平在各部门内部独立于家庭个体状态 i 。当 H 部门家庭可支配财富大于 L 部门家庭可支配财富时, 即 $X_{iH} > X_{iL}$ 时, 收入冲击临界值 θ_{iH}^* 小于 θ_{iL}^* 。

同时, 流动性约束条件的拉格朗日乘子为:

$$\mu_{it}^j = \begin{cases} 0, & \theta_{ij} \geq \theta_{ij}^* \\ \left(\frac{1}{\theta_{it}} - \frac{1}{\theta_{ij}^*} \right) \frac{1}{X_{ij}}, & \theta_{ij} < \theta_{ij}^* \end{cases} \quad (A.15)$$

同时, 债券价格可以重新记为

$$\frac{1}{1+r_{Bt}} = \beta \frac{E_t\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} \{ \Phi_1(\theta_{iH}^*)(1-q_t) + \Phi_1(\theta_{iL}^*)q_t \} \quad (A.16)$$

(三)附录 A.3

本文的动力系统由式 (A.17) 到式 (A.38) 给出。

总消费

$$C_t = (1-q_t) \int_{\theta_{\min}}^{\infty} \min\{\theta_{it}, \theta_{iH}^*\} dF(\theta_{it}) X_{iH} + q_t \int_{\theta_{\min}}^{\infty} \min\{\theta_{it}, \theta_{iL}^*\} dF(\theta_{it}) X_{iL} \quad (A.17)$$

H 部门家庭国债总需求:

$$B_t^H = (1-q_t) X_{iH} \int_{\theta_{\min}}^{\infty} \max\{0, \theta_{it} - \theta_{iH}^*\} dF(\theta_{it}) \quad (A.18)$$

L 部门家庭国债总需求:

$$B_t^L = (1-q_t) X_{iL} \int_{\theta_{\min}}^{\infty} \max\{0, \theta_{it} - \theta_{iL}^*\} dF(\theta_{it}) \quad (A.19)$$

实物资本欧拉方程:

$$\Lambda_t = \beta \hat{E}_t [(r_{Kt+1} + 1 - \delta_K) \Lambda_{t+1}] \quad (A.20)$$

H 部门劳动力供给:

$$\frac{\phi}{w_t^H} = \beta(1 + r_{Bt}) E_t \Lambda_{t+1} \int_{\theta_{\min}}^{\infty} \max\{\theta_{iH}^*, \theta_{it}\} dF(\theta_{it}) \quad (A.21)$$

L 部门劳动力供给:

$$\frac{\phi}{w_t^L} = \beta(1 + r_{Bt}) E_t \Lambda_{t+1} \int_{\theta_{\min}}^{\infty} \max\{\theta_{iL}^*, \theta_{it}\} dF(\theta_{it}) \quad (A.22)$$

H 部门实物资本需求:

$$K_t = \frac{\alpha_1 Y_t^H}{r_{Kt}} \quad (A.23)$$

H 部门劳动力需求:

$$N_t^H = \frac{\alpha_2 Y_t^H}{w_t^H} \quad (A.24)$$

H 部门企业利润:

$$\Pi_t^H = \zeta(z_t \rho_t)^{\frac{1}{\zeta}} \int_0^1 \varepsilon_{it}^{\frac{1}{\zeta}} I_{it} di \quad (A.25)$$

L 部门的劳动力需求:

$$N_t^L = \frac{\alpha_3 Y_t^L}{w_t^L} \quad (A.26)$$

L 部门企业利润:

$$\Pi_t^L = (1 - \alpha_3) Y_t^L \quad (A.27)$$

H 部门家庭收入冲击的临界值:

$$\theta_{iH}^* = \frac{1}{\beta(1 + r_{Bt}) X_{iH} E_t \Lambda_{t+1}} \quad (A.28)$$

L 部门家庭收入冲击临界值:

$$\theta_{iL}^* = \frac{1}{\beta(1 + r_{Bt}) X_{iL} E_t \Lambda_{t+1}} \quad (A.29)$$

H 部门异质生产率临界值:

$$\varepsilon_t^* = \left(\frac{\nu_t}{\zeta} \right)^{\zeta} \frac{1}{z_t \rho_t} \quad (A.30)$$

H 部门解雇率:

$$q_t = G(\varepsilon_t^*) \quad (A.31)$$

H 部门企业生产的边际成本:

$$\frac{1}{\rho_t} = \left(\frac{r_{Kt}}{\alpha_1} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{w_t^H}{\alpha_2} \right)^{\alpha_2} \quad (A.32)$$

H部门家庭可支配收入：

$$X_{tH} = (B_{t-1}^L + B_{t-1}^H)(1 + r_{Bt-1}) + (r_{Kt} + 1 - \delta_K)K_t - K_{t+1} + (1 - \tau_t) \left(\frac{\Pi_t^H}{1 - q_t} - \nu_t + \frac{w_t^H N_t^H}{1 - q_t} \right) \quad (A.33)$$

L部门家庭可支配收入：

$$X_{tL} = (B_{t-1}^L + B_{t-1}^H)(1 + r_{Bt-1}) + (r_{Kt} + 1 - \delta_K)K_t - K_{t+1} + (1 - \tau_t) \left(\frac{\Pi_t^L}{q_t} + \frac{w_t^L N_t^L}{q_t} \right) \quad (A.34)$$

国债供给外生给定：

$$B_t^H + B_t^L = B \quad (A.35)$$

定义折现因子：

$$A_t = (1 - q_t) \frac{\phi}{(1 - \tau_t)w_t^H} + q_t \frac{\phi}{(1 - \tau_t)w_t^L} \quad (A.36)$$

财政当局预算约束：

$$(1 + r_{Bt-1}^d)B_{t-1}^d + (1 + r_{Bt-1}^f)B_{t-1}^f + G_t = B_t^d + B_t^f + T_t \quad (A.37)$$

财政当局的总税收收入：

$$T_t = \tau_t \left(\Pi_t^H - (1 - q_t)\nu_t + w_t^H N_t^H + \Pi_t^L + w_t^L N_t^L \right) \quad (A.38)$$

(四)附录 A.4

本节对财政支出结构进行详细描述。具体地,政府预算平衡约束由以下给出：

$$(1 + r_{Bt-1}^d)B_{t-1}^d + (1 + r_{Bt-1}^f)B_{t-1}^f + G_t = T_{t-1} + B_t^d + B_t^f.$$

其中,财政支出 G_t 可以用于社会福利性支出 G_t^{TP} 、公共消费 G_t^{PC} 或者公共投资 G_t^{PI} , 即 $G_t = G_t^{TP} + G_t^{PC} + G_t^{PI}$ 。社会福利性支出 G_t^{TP} 的对象为低工资部门家庭, 对应现实的社会保障和就业支出; G_t^{PC} 对应政府公共消费^①; 政府公共投资 G_t^{PI} 对应于中央预算内面向公共领域的投资, 用于形成公共资本 K_t^{PI} , 公共资本累积方程由下式给出: $K_{t+1}^{PI} = (1 - \delta_{PI})K_t^{PI} + G_t^{PI}$ 。

为刻画公共投资在生产部门发挥的作用, 本部分在高工资部门企业生产函数中引入公共资本这一生产要素, 企业的生产函数为 $Y_{it}^H = \varepsilon_{it} z_i (K_{it})^{\alpha_1} (N_{it}^H)^{\alpha_2} (K_t^{PI})^{1-\alpha_1-\alpha_2}$, 企业最优化问题由下式表示：

$$\begin{aligned} & \max_{\{N_{it}^H, K_{it}\}} \{Y_{it}^H - w_{it}^H N_{it}^H - r_{Kt} K_{it} - \nu_t, 0\} \\ \text{s.t.} \quad & Y_{it}^H = \varepsilon_{it} z_i (K_{it})^{\alpha_1} (N_{it}^H)^{\alpha_2} (K_t^{PI})^{1-\alpha_1-\alpha_2} \end{aligned}$$

① 政府公共消费为政府提供公共服务的消费支出和免费或以较低的价格向居民住户提供的货物和服务的净支出

其中, K_t^{PI} 代表公共资本。存在一个异质性生产率的临界值 ε_t^* , 当 $\varepsilon_{it} > \varepsilon_t^*$ 时企业生产, 否则企业停产。临界值的定义为 $\varepsilon_t^* = \left(\frac{\nu_t}{\zeta}\right)^\zeta \frac{1}{z_t \rho_t (K_t^{PI})^{1-\alpha_1-\alpha_2}}$, 其中 $\zeta = 1 - \alpha_1 - \alpha_2$ 。当公共资本增加时, 停产企业数量减小, 企业解雇率降低。

图 A.1 展示了不同财政支出结构下财政扩张的短期效果。根据中国财政支出结构实际数据, 我们将稳态时公共投资 G_t^{PI} 占财政支出的比例校准为 17%, 社会福利性支出 G_t^{TP} 占财政支出的比例校准为 14.5%, 其余全部归为公共消费 G_t^{PC} 。基于数据可得性, 公共投资占比根据近 5 年中央预算内投资规模的平均值校准, 占预算支出的 17%; 社会福利性支出占比根据近 5 年社会保障和就业支出的平均值校准, 占预算支出的 14.5%。

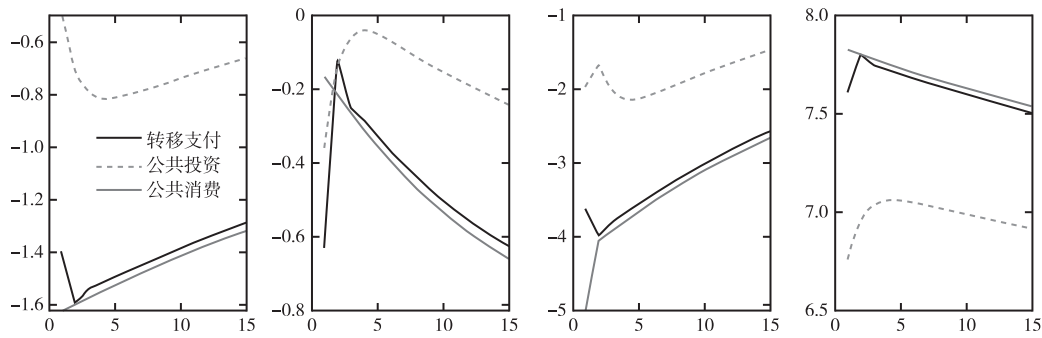


图 A.1 不同财政支出结构下的财政刺激效果

注: 图 A.2 描述不同财政支出结构下的财政刺激效果的影响。总体生产率服从式 (13) 所示 AR(1) 过程, 在第 1 期下降 10% 后缓慢回复至稳态水平。财政当局均实行一个暂时性财政刺激政策, 即增加政府融资规模从而提高财政支出水平。图中黑色实线、灰色虚线和灰色实线分别代表在财政支出中增加转移支付、公共投资和公共消费的比重。

二、附录 B

附录 B 展示了文章的其他定量结果。其中附录 B.1 展示了两种融资方式下家庭可支配财富的配置情况和要素价格变化, 附录 B.2 展示了稳健性检验的主要结果。

(一) 附录 B.1

图 B.1-1 展示了两种融资模式下 H 部门和 L 部门家庭在消费、安全资产购买和实物资本投资三者之间的分配比例。当财政当局用内债为政府补贴融资时, 家庭较高的预防性动机使得其将可支配财富更多配置于安全资产, 从而给实物资本投资带来挤出。

图 B.1-2 展示了不同融资模式下要素价格的变化。

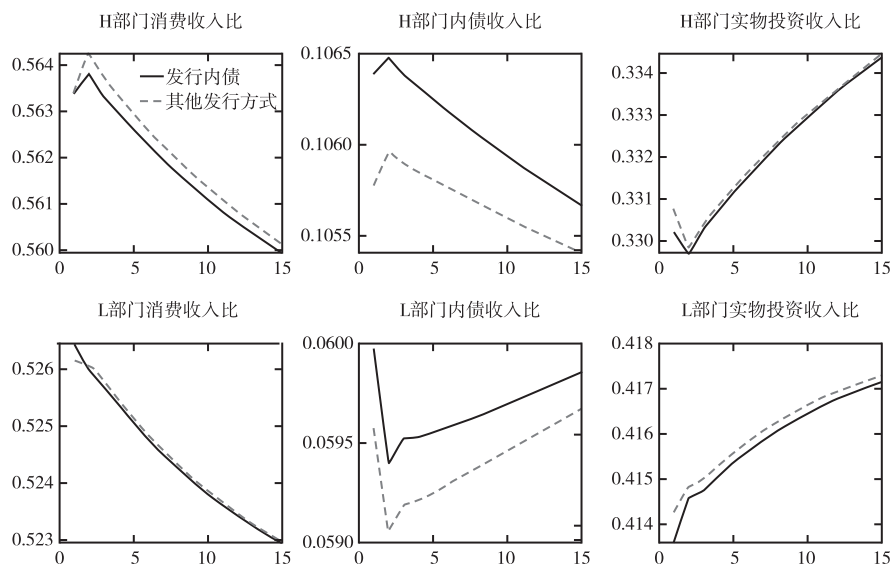


图 B.1-1 家庭可支配财富配置情况

注:总体生产率服从式(13)所示 AR(1)过程,在期初遭受1单位暂时性负面冲击。两组经济中财政当局均实行一个暂时性财政刺激政策,即增加政府融资规模从而提高对低收入家庭补贴水平,新增政府支出占 GDP 比重 1.95%。图中展示了各部门家庭可支配财富在消费、国债持有和实物资本投资之间的分配比例,单位是%。实线代表财政当局通过发行内债的方式为财政刺激融资,虚线代表财政当局通过其他方式为财政刺激融资,这类融资方式不会直接增加国内金融市场可自由流通的安全资产的供给。

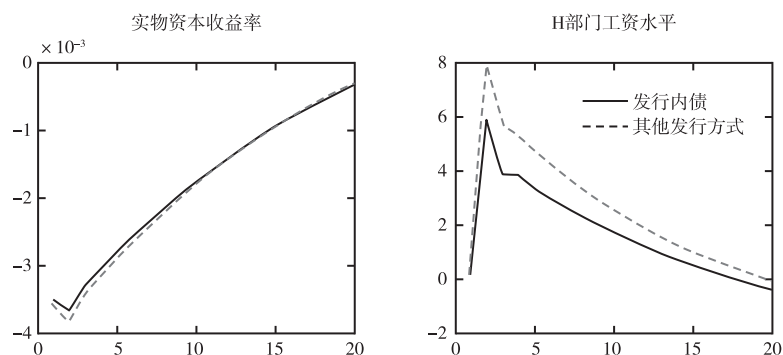


图 B.1-2 不同融资模式下生产要素价格变化

注:总体生产率服从式(13)所示 AR(1)过程,在期初遭受1单位暂时性负面冲击。两组经济中财政当局均实行一个暂时性财政刺激政策,即增加政府融资规模从而提高对低收入家庭补贴水平,新增政府支出占 GDP 比重 1.95%。图中展示了各部门家庭要素价格偏离稳态的百分比,单位是%。实线代表财政当局通过发行内债的方式为财政刺激融资,虚线代表财政当局通过其他方式为财政刺激融资,这类融资方式不会直接增加国内金融市场可自由流通的安全资产的供给。

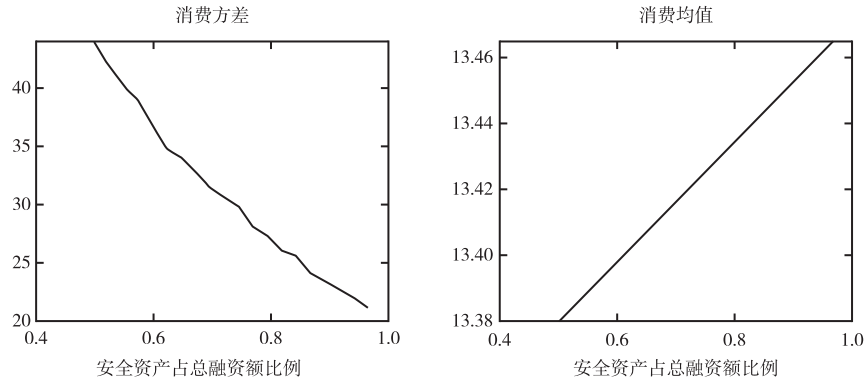
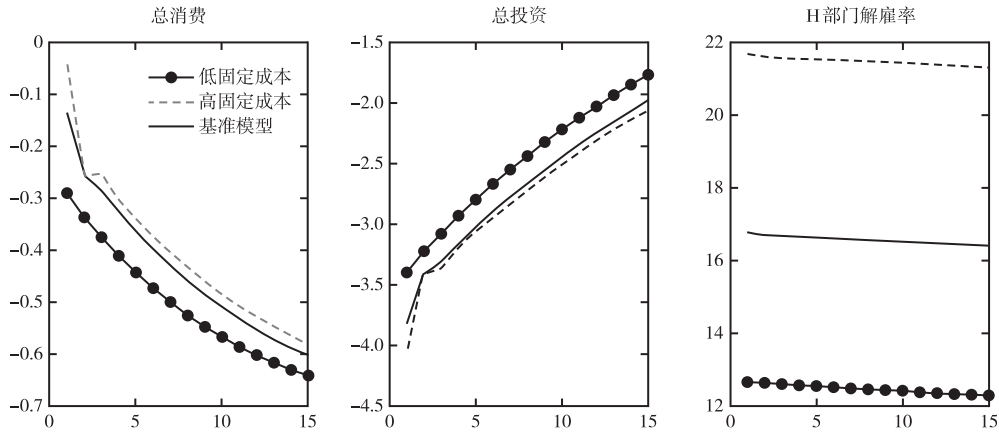


图 B.1-3 不同融资模式下消费方差和均值

注:图 B.1-3 描述不同融资模式下,稳态时家庭部门消费方差和均值的情况。消费方差的计算基于家庭消费的最优决策,通过生成服从帕累托分布的随机数构建收入冲击,进一步计算异质性家庭的消费,从而构建消费方差。当安全资产占比增加时,家庭部门消费方差减小,均值增大。

(二)附录 B.2

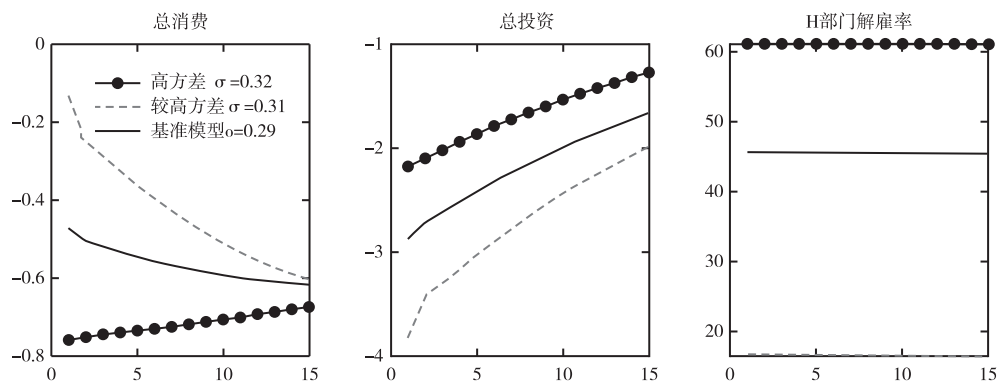
本文的重要变量之一为高工资部门解雇率,该变量主要受高工资部门固定成本影响。由于中国企业解雇率的数据不可直接获得,本文在基准模型中校准固定成本 ν 使得隐含的稳态解雇率为15%。图 B.2-1 展示了不同固定成本下,负面技术冲击对于宏观变量的影响,低固定成本与高固定成本分别对应10%和20%的稳态解雇率。当H部门整体生产率水平下降10%时,不同解雇率水平下各宏观变量动态基本保持一致。

图 B.2-1 稳健性检验:企业固定成本 ν 不同

注:图 B.2-1 为本文稳健性检验,描述在不同固定成本下,1单位暂时性负面技术冲击对宏观变量的影响。其中H部门解雇率为实际值,单位为%。其他变量均为偏离稳态的百分比,单位为%。

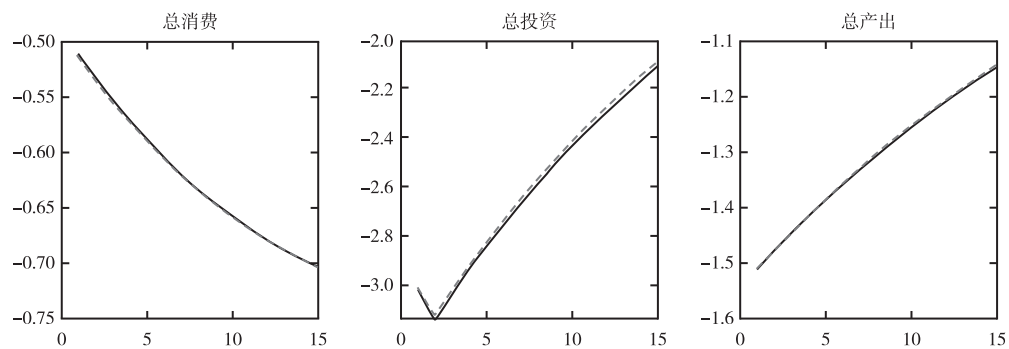
企业异质生产率分布的标准差 σ 也会影响稳态企业解雇率。当H部门企业异质生产率的分布方差较大时,稳态解雇率水平也随之增加。当异质生产率的方差较大时,技术冲击对于消费的负面作用更强,这是由于此时经济中L部门家庭占比较高,同时该部门家庭具有更高的边际消费倾向。因此当异质生产率方差更大时,技术冲击带来更高比例的消费下降。但值得注意的是,实物

资本的挤出效应更弱。在两部门家庭中,L部门家庭受制于更低的可支配收入水平,国债需求也相对更低。当经济中L部门家庭占比较高时,负面技术冲击可能带来安全资产需求整体下降,收入效应对安全资产需求的负向影响强于预防性动机对于安全资产需求的正向影响。因此安全资产的整体需求下降,实物资本的挤出效应减弱,具体定量结果如图B.2-2所示。除此之外,本文引入家庭部门异质税率,假设高工资部门与低工资部门的税率不同。其中高工资部门税率与基准模型一致,设为0.05,低工资部门税率设为0.02。在这样的税制设定下,本文主要机制仍然存在,具体结果如附录B.1所示。



图B.2-2 稳健性检验:企业异质生产率分布方差不同

注:图B.2-2为本文稳健性检验,描述在不同企业异质生产率方差水平下,1单位暂时性负面技术冲击对宏观变量的影响。其中H部门解雇率为实际值,单位为%。其他变量均为偏离稳态的百分比,单位为%。



图B.2-3 暂时性负面技术冲击下宏观总量的变化(不同税率设置)

注:该图展示了同税率和异质税率设置下,暂时性负面技术冲击下的动态转移路径。在异质税率设置下,假设高工资部门税率为5%,低工资部门税率为2%。该设定不会对总消费、总投资和总产出的动态路径产生显著影响。